المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵙⵏⵎⵔ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية – خيار فرنسية

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS 22F

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace**	**3 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 3	**Calcul des probabilités**	**3 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques**	**11 points**

	Exercice 1 : (3 points)
	Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,\ -2,-2)$, $B(1,-2,\ -4)$ et $C(-3,-1,\ 2)$
1	1) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ et en déduire que $2x+2y+z+6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
	2) On considère la sphère (S) dont une équation est $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$
0.5	Vérifier que la sphère (S) a pour centre $\Omega(1,0,1)$ et pour rayon $R=5$
0.25	3) a) Vérifier que $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases};(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC)
0.5	b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC)
0.75	4) Vérifier que $d(\Omega,(ABC))=3$, puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre .
	Exercice 2 : (3 points)
0.75	1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $2z^2+2z+5=0$
	2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$
0.25	a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $d=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
0.5	b) On considère le point A d'affixe $a=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$ et le point B image du point A par la rotation R . Soit b l'affixe du point B, montrer que $b=d.a$
	3) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ et C l'image de B par la translation t et c l'affixe de C
0.75	a) Vérifier que $c=b+a$ et en déduire que $c=a\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ *(on pourra utiliser la question 2)b))*
0.75	b) Déterminer $\arg\left(\dfrac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral .

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : <u>cinq boules rouges</u> portant les nombres **1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2** et <u>quatre boules blanches</u> portant les nombres **1 ; 2 ; 2 ; 2**

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

Soient les événements :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "

B : "les trois boules tirées portent le même nombre "

C : "les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1.5 — 1) Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{6}$, $p(B)=\dfrac{1}{4}$ et $p(C)=\dfrac{1}{42}$

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A

0.5 — a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X

1 — b) Montrer que $p(X=1)=\dfrac{25}{72}$ et calculer $p(X=2)$

Problème : (11 points)

I) Soit g la fonction numérique définie sur IR par :

$$g(x)=e^{x}-x^{2}+3x-1$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	+
$g(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

0.25 — 1) Vérifier que $g(0)=0$

0.5 — 2) Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[0,+\infty[$

II) Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x)=(x^{2}-x)\,e^{-x}+x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1\ cm$)

0.5 — 1) a) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x^{2}}{e^{x}}-\dfrac{x}{e^{x}}+x$ pour tout x de IR puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 — b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ puis en déduire que (C) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ d'équation $y=x$

0.5 — c) Vérifier que: $f(x)=\dfrac{x^{2}-x+xe^{x}}{e^{x}}$ pour tout x de IR puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0.5 — d) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ et interpréter le résultat géométriquement .

0.25 — 2) a) Montrer $f(x)-x$ et $x^{2}-x$ ont le même signe pour tout x de IR

0.5 — b) En déduire que (C) est au dessus de (D) sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[1,+\infty[$, et en dessous de (D) sur l'intervalle $[0,1]$

0.75	**3)a) Montrer que** $f'(x) = g(x)\, e^{-x}$ **pour tout** x **de** IR
0.5	**b) En déduire que la fonction** f **est décroissante sur** $]-\infty, 0]$ **et croissante sur** $[0, +\infty[$
0.25	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction** f
0.25	**4)a) Vérifier que** $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ **pour tout** x **de** IR
0.5	**b) En déduire que la courbe** (C) **admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives 1 et 4**
1	**5) Construire** (D) **et** (C) **dans le même repère** $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ **(on prend :** $f(4) \approx 4.2$ **)**
0.5	**6)a) Montrer que la fonction** $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ **est une primitive de la fonction** $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$ **sur** IR **puis en déduire que** $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$
0.75	**b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que** $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$
0.75	**c) Calculer en** cm^2 **l'aire du domaine plan limité par** (C) **et** (D) **et les droites d'équations** $x = 0$ **et** $x = 1$
	III) Soit (u_n) **la suite numérique définie par :** $u_0 = \frac{1}{2}$ **et** $u_{n+1} = f(u_n)$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$
0.75	**1) Montrer que** $0 \leq u_n \leq 1$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ *(on pourra utiliser le résultat de la question II)3)b))*
0.5	**2) Montrer que la suite** (u_n) **est décroissante .**
0.75	**3) En déduire que** (u_n) **est convergente et déterminer sa limite.**