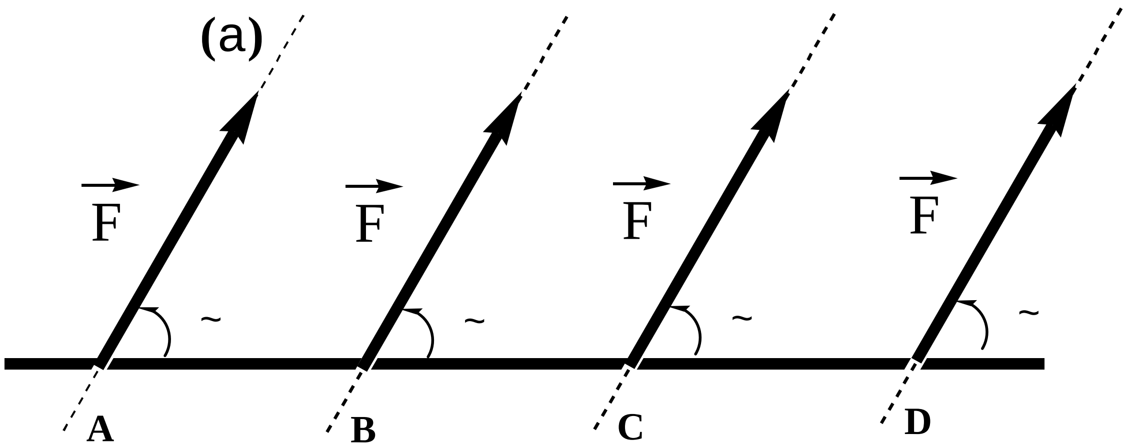
Travail et puissance d'une force constante

I) Travail d'une force constante en translation rectiligne :

1) Définition d'une force constante



On dit qu'une force $\vec{F}$ est constante ; si son vecteur garde :

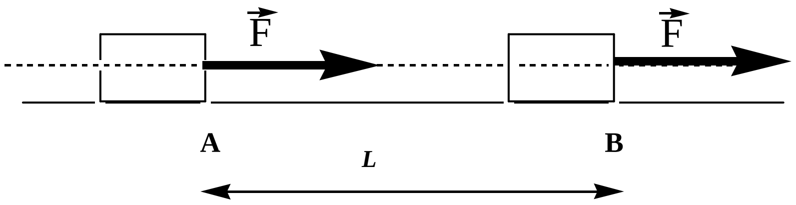
- ✓ **Même direction.**
- ✓ **Même sens.**
- ✓ **Même intensité.**

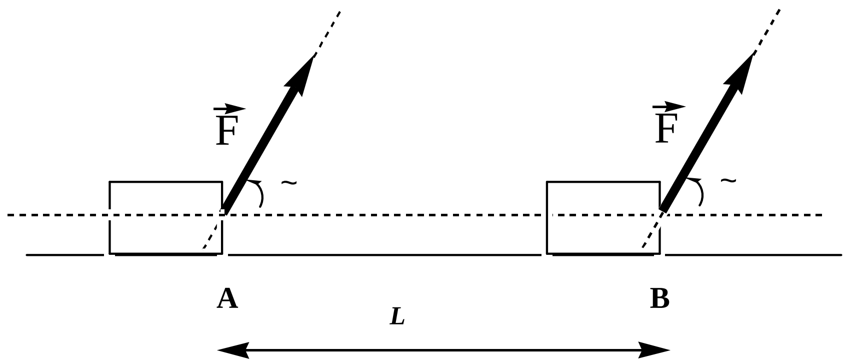
Exemple : Le poids d'un corps solide , la réaction du sol sur le corps (s) ....

2) Notion de travail d'une force :

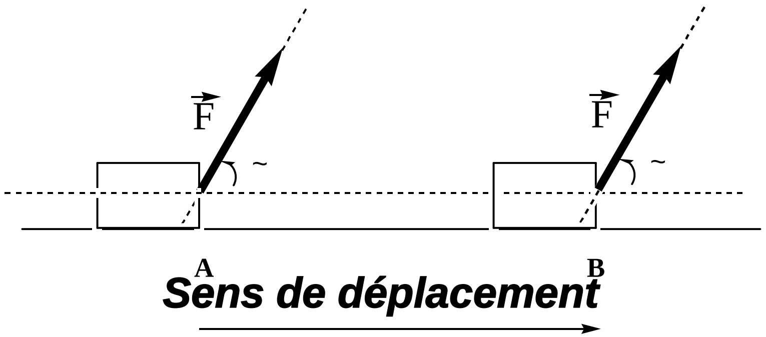
En physique, le travail est une notion liée aux *forces* et aux *déplacements* de leurs points d'application.

On dit qu'un force travaille, quand son point d'application de déplace.





3) Expression du travail d’une force :



$$W_{A \to B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

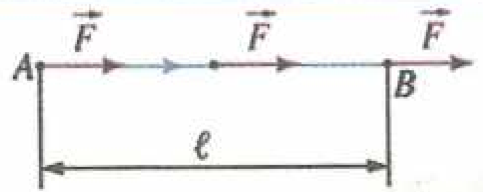
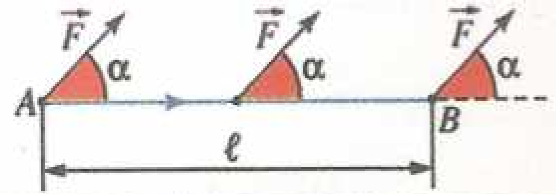
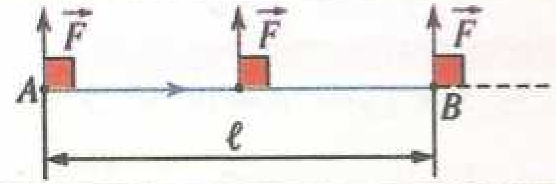
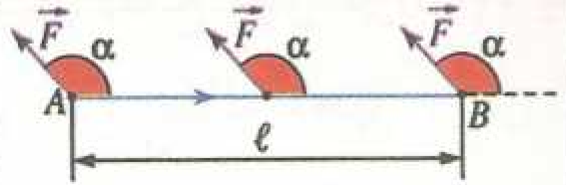
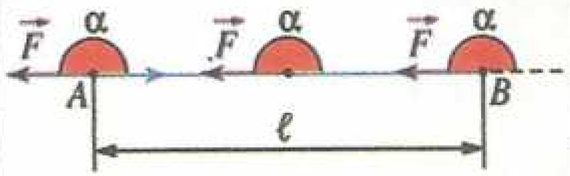
Travail (J)

Distance (m)

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

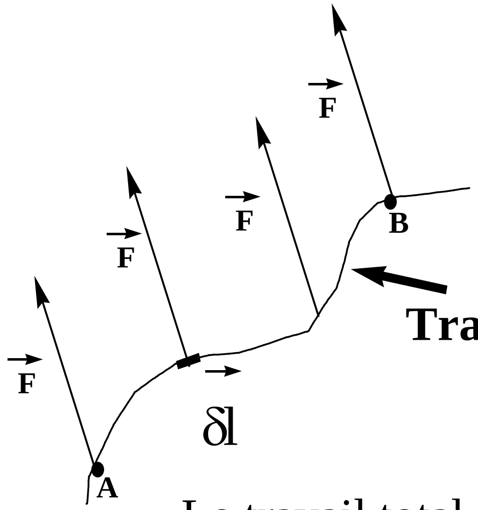
Intensité (N)

Résumé:

$\alpha = 0$		$W_{A\to B}(\vec{F}) = +F\ell$ **Travail moteur**
$0 < \alpha < 90°$		$W_{A\to B}(\vec{F}) = F\ell\cos\alpha$ $W_{A\to B} > 0$ **Travail moteur**
$\alpha = 90°$		$W_{A\to B}(F) = 0$ **Travail nul**
$90° < \alpha < 180°$		$W_{A\to B}(\vec{F}) = F\ell\cos\alpha$ $W_{A\to B} < 0$ **Travail résistant**
$\alpha = 180°$		$W_{A\to B}(\vec{F}) = -F\ell$ **Travail résistant**

II) Travail d’une force constante en translation curviligne :

On découpe la trajectoire en petit segment δl infiniment petit. On note par $\delta W_i(\vec{F})$ le travail élémentaire correspondant au déplacement δl_i :



$$\delta W_i(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i}$$

Le travail total de la force est égale à la somme des travaux élémentaire

$$\sum \delta W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i} = \vec{F}.\sum \overrightarrow{\delta l_i}$$

Donc :

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$$

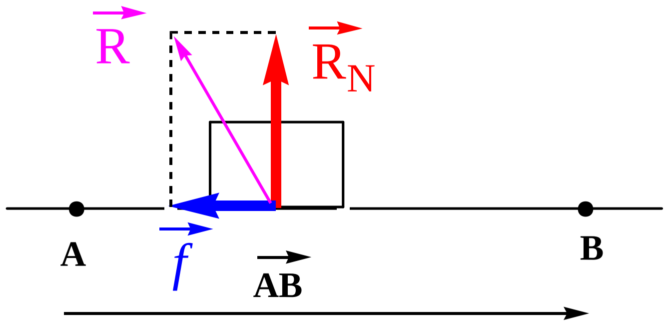
III) Travail d'un ensemble de force :

Le travail d'un ensemble de force $\vec{F}_1;\vec{F}_2;\vec{F}_3;\ .....;\vec{F}_n$ appliquer à un même solide en translation est égale au produit scalaire de l'ensemble de vecteurs par le même vecteur déplacement

$$W_{A\to B}=(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+...+\vec{F}_n).\overrightarrow{AB}$$

$$W_{A\to B}=\vec{F}_1.\overrightarrow{AB}+\vec{F}_2.\overrightarrow{AB}+....+\vec{F}_n.\overrightarrow{AB}=\underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}_1\right)+\underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}_2\right)+....+\underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}_n\right)$$

Exemple :



$$\vec{R}=\vec{f}+\vec{R}_N$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{R}\right)=\vec{R}.\overrightarrow{AB}$$

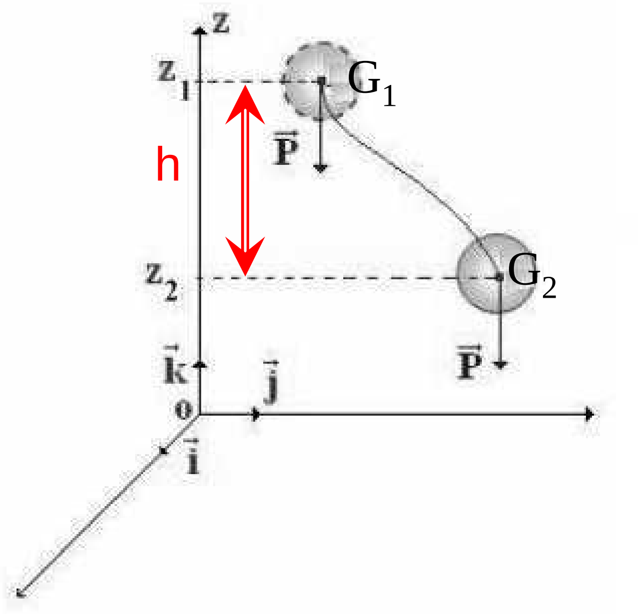
$$\underset{A\to B}{W}\left(\vec{R}\right)=\left(\vec{f}+\vec{R}_N\right).\overrightarrow{AB}=\vec{f}.\overrightarrow{AB}+\vec{R}_N.\overrightarrow{AB}$$

$$\underset{A\to B}{W}\left(\vec{R}\right)=\underset{A\to B}{W}\left(\vec{f}\right)+\underset{A\to B}{W}\left(\vec{R}_N\right)$$

IV) Applications :

1) Le travail de $\vec{P}$ poids d'un solide

▪Cas N°1:



$$\underset{G1 \rightarrow G2}{W(\vec{P})} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{G_1G_2} \qquad (1)$$

$$\overrightarrow{G_1G_2} = (x_2 - x_1)\vec{I} + (y_2 - y_1)\vec{J} + (z_2 - z_1)\vec{K}$$

$$\vec{P} = P_x.\vec{I} + P_y.\vec{J} + P_z.\vec{K} \Rightarrow \vec{P} = -m \times g.\vec{K}$$

Donc :

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = -m.g.\vec{K}.(z_2 - z_1).\vec{K}$$

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m.g.(z_1 - z_2) = m.g.h$$

$$\boxed{W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m.g.h}$$

Conclusion :

- le travail du poids ne dépend pas de la position de départ » ni de la position d'arrivée
- A la descente travail du poids est moteur : $W(\vec{P})_{G_1 \to G_2} > 0$

$$\underset{G_1 \to G_2}{W}(\vec{P}) = m.g.h$$

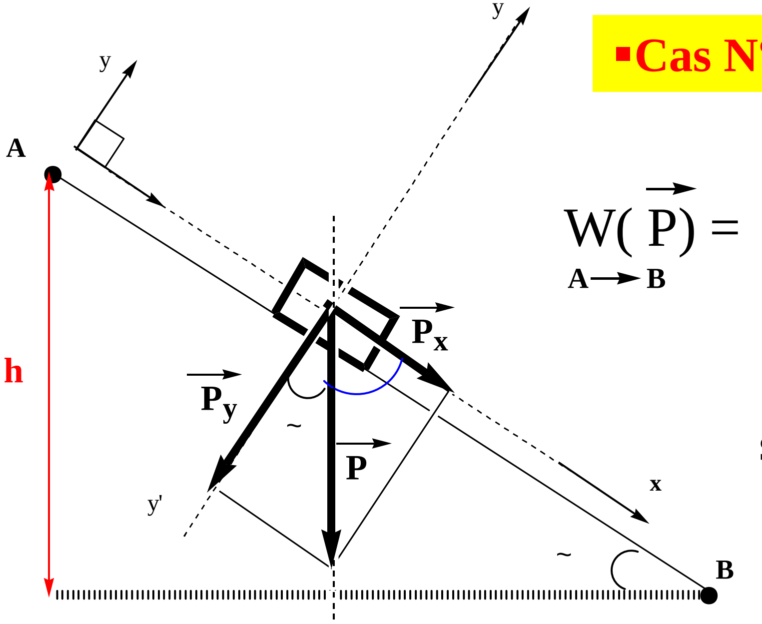
- A la montée travail du poids est résistant : $W(\vec{P})_{G_1 \to G_2} < 0$

$$\underset{G_1 \to G_2}{W}(\vec{P}) = -m.g.h$$

Donc :

$$\underset{G_1 \to G_2}{W}(\vec{P}) = \pm m.g.h$$

▪Cas N°2: méthode 1



~ + = 90°

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB.\sin(\alpha)$$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.h$$

$$h = AB.\sin(\alpha)$$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.AB.\sin(\alpha)$$

▪Cas N°2: méthode 2

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} \quad \textbf{avec} \quad \vec{P} = \vec{P}x + \vec{P}y$$

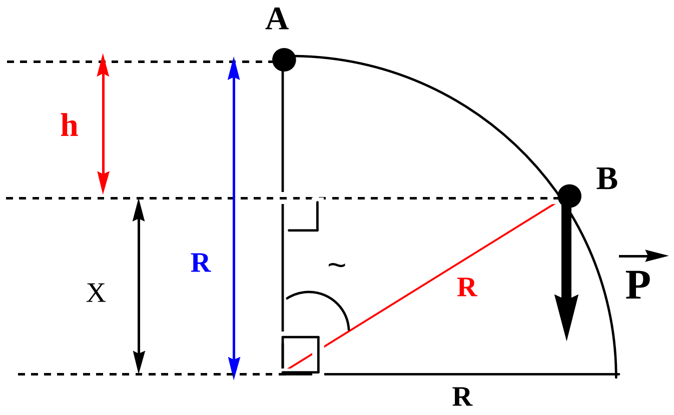
$$W_{A\to B}(\vec{P}) = (\vec{P}x + \vec{P}y).\overrightarrow{AB} = \vec{P}x.\overrightarrow{AB} + \underbrace{\vec{P}y.\overrightarrow{AB}}_{= 0}$$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}x.\overrightarrow{AB}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{Px}{P} \Longrightarrow Px = P.\sin(\alpha)$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.AB.\sin(\alpha)}$$

▪**Cas N°3:**



$$W_{A \to B}(\vec{P}) = m \, . \, g \, . \, h$$

$$h = R - X \qquad X = R \, . \, \cos(\alpha)$$

Donc

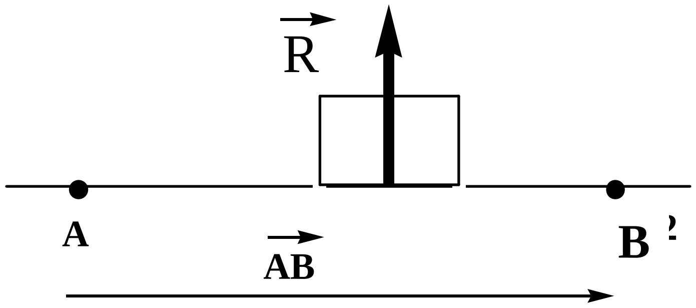
$$h = R \, . \, (1 - \cos(\sim))$$

$$W_{A \to B}(\vec{P}) = m \, . \, g \, . \, R \, . (1 - \cos(\sim))$$

2) Le travail de $\vec{R}$ action du plan

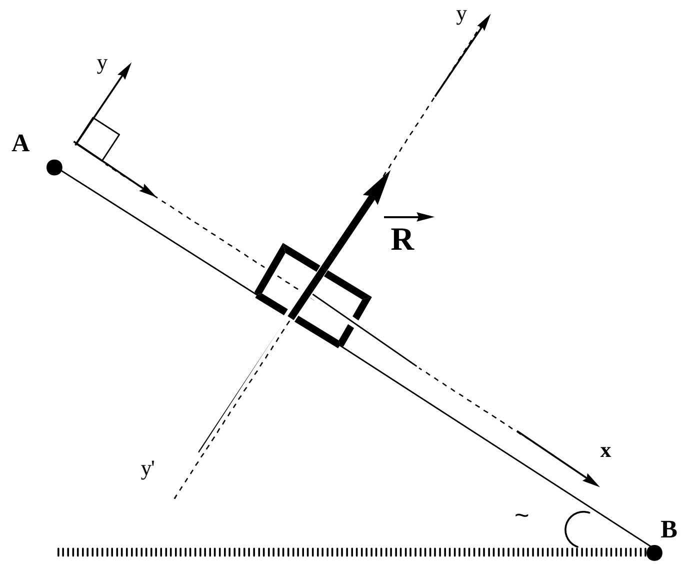
2-1/ sans frottement

- Cas d’un plan horizontal



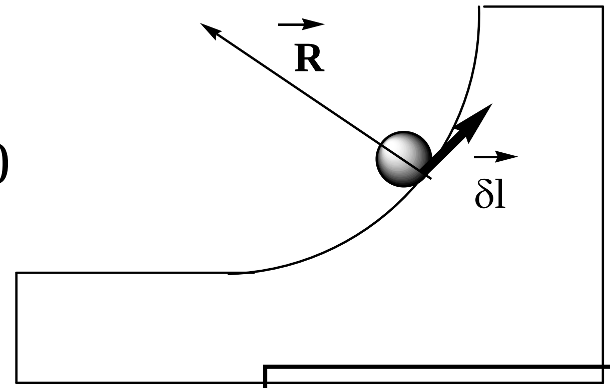
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}\cdot\vec{AB} = R\cdot AB\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

- Cas d’un plan incliné



$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}\cdot\vec{AB} = R\cdot AB\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

- Cas d’un plan curviligne



$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}\,.\,\vec{AB} = 0$$

2-2/ Avec frottement

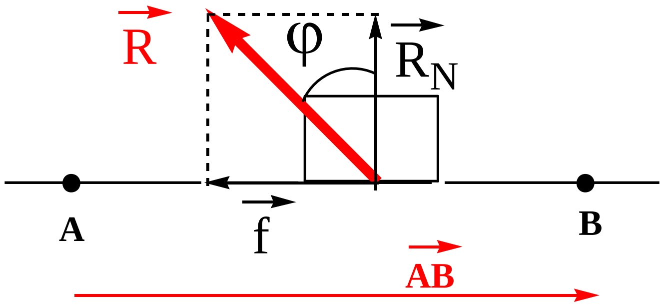
Angle de frottement

Coefficient de frottement

$$k = \tan(\varphi) = \frac{f}{R_N}$$

- Cas d’un plan horizontal

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}\,.\,\vec{AB} = (\vec{R_N} + \vec{f}).\,\vec{AB}$$



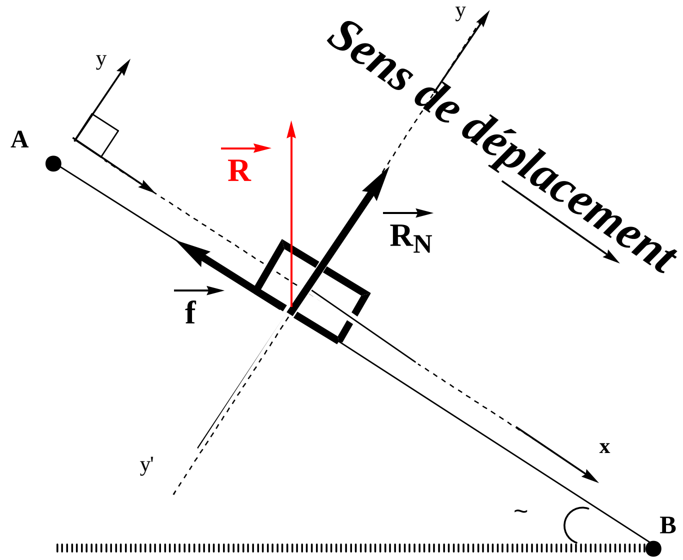
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R_N}.\,\vec{AB} + \vec{f}\,.\,\vec{AB} = -\,f\,.\,AB$$

Travail résistant

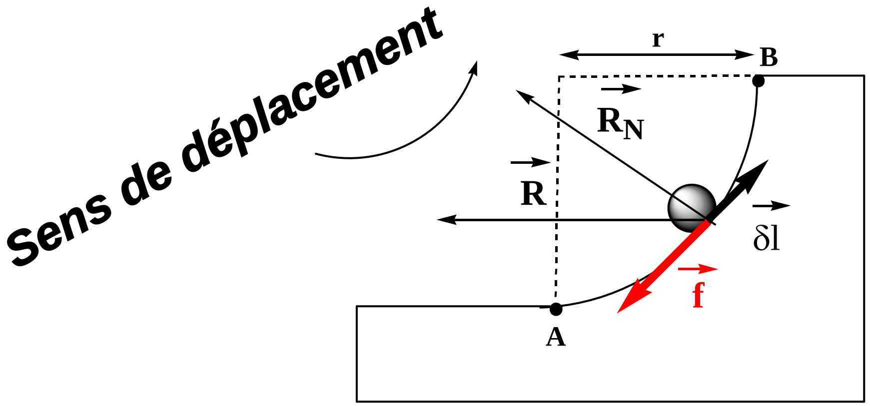
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -\,f\,.\,AB$$

- Cas d'un plan incliné

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -f \,.\, AB$$

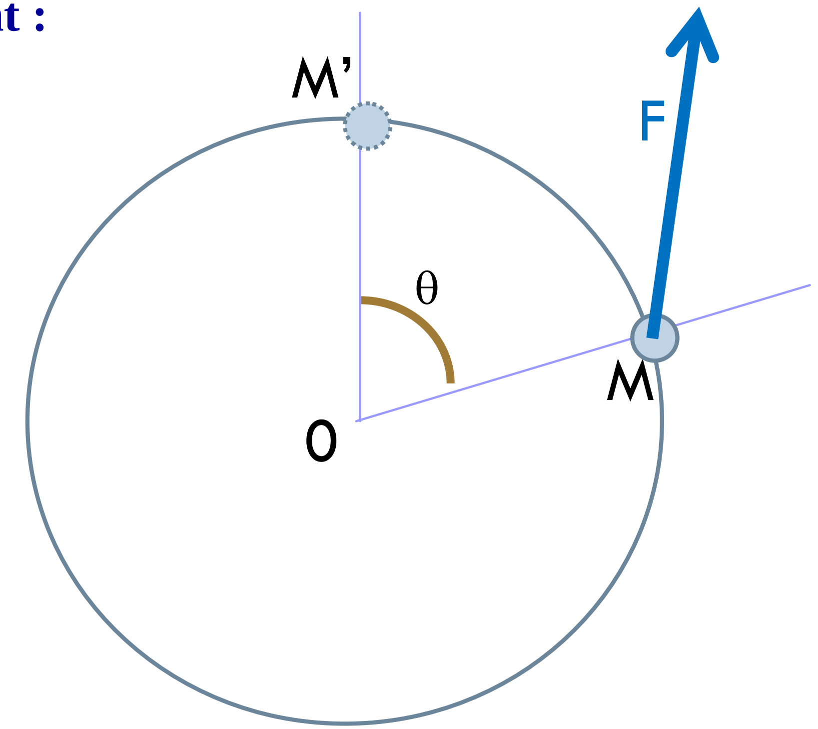


- Cas d'un plan curviligne



$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -f \,.\, \overset{\frown}{AB} = -f \,.\, r.\theta$$

V) Travail d'une force de moment constant :



Moment (N.m)

$$W(\vec{F}) = M(\vec{F}) \,.\, \theta$$

Travail (J)

Angle de rotation (rad)

VI) Puissance d'une force :

❑ Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force est le quotient du travail de cette force par la durée Δt pour réaliser ce travail.

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

L'unité de la puissance dans le système international est le watt

❑ Puissance instantanée :

Si la force $\vec{F}$ réalise un travail élémentaire $\text{¢}W$ pendant une durée très petite $\text{¢}t$ donc la puissance instantanée de cette force :

$$P = \frac{\text{¢}\, W}{\text{¢}\, t}$$

vitesse linéaire
m/s

$$\text{¢}W = \vec{F}.\text{¢}\vec{l} \quad \Rightarrow \quad P = \vec{F} . \frac{\text{¢}\ .\vec{l}}{\text{¢}\ .t} \quad \Rightarrow \quad P = \vec{F} .\vec{V}$$

Travail (J)

Puissance (W)

Durée (s)

$$W = P \,.\, \Delta t$$

Travail (Wh)

Puissance (W)

Durée (h)

VI) Puissance d'une force de moment constant :

$$P = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t} \quad ; \quad W(\vec{F}) = \mathcal{M}(\vec{F}) \times \Delta\theta$$

$$\Downarrow$$

$$P = \frac{\mathcal{M}(\vec{F}) \times \Delta\theta}{\Delta t} = \mathcal{M}(\vec{F}) \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \mathcal{M}(\vec{F}) \times \mu$$

Moment (N.m)

$$\boxed{P = \mathcal{M}(\vec{F}).\,\mu}$$

Puissance (W)

Vitesse angulaire (rad/s)