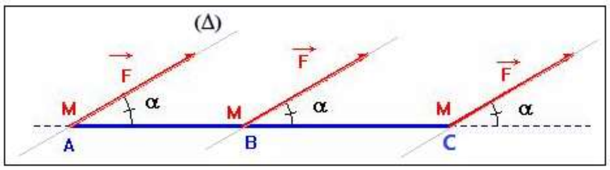
Travail et puissance d'une force

I- Notion de la force et travail d'une force :

1- force constante :

Une force peut mettre en mouvement un corps, modifier son mouvement, le maintenir en équilibre ou le déformer.

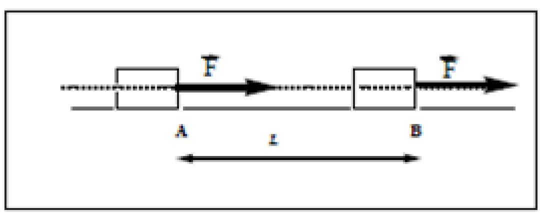
Une force est constante si sa valeur, sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps.



Exemple :
Le poids d'un corps solide

2- Notion de travail d'une force :

En physique, le travail est une notion liée aux forces et aux déplacements de leurs points d'applications.
On dit qu'une force travail lorsque son point d'application se déplace.

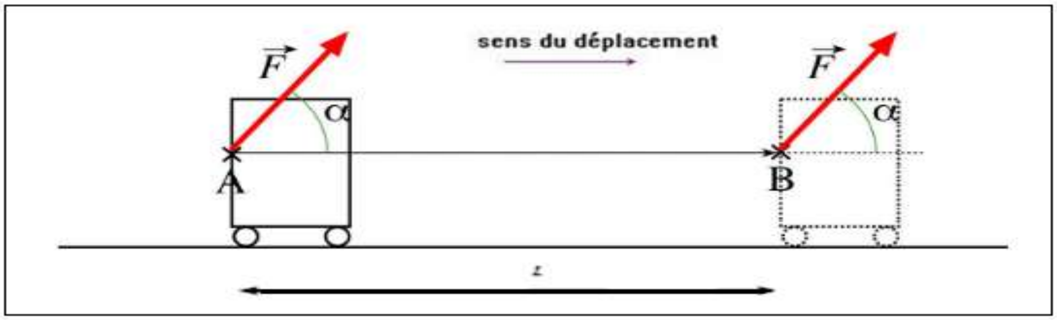


II- Travail d'une force constante en translation rectiligne :

1- travail d'une force constante en translation rectiligne :

-Définition :
Le travail d'une force constante $\vec{F}$ pour un déplacement rectiligne $\overrightarrow{AB}$ de son point d'application est le produit scalaire de vecteur force $\vec{F}$ et de vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$:

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\alpha \quad \begin{cases} W_{AB}(\vec{F}): travail\ de\ la\ force\ \vec{F}\ (J) \\ F\ :\ valeur\ de\ la\ force\ (N) \\ AB\ :\ longeur\ du\ déplacement\ (m) \\ \alpha\ :\ l'angle\ entre\ les\ vecteurs\ \vec{F}\ et \overrightarrow{AB}\ \ (°\ ou\ rad) \end{cases}$$



L’unité du travail dans le S I est le Joule (J). (1Joule = 1Newton × 1 mètre)

Application :

Calculer le travail de la force $\vec{F}$ sachant que : $F = 10N$; $L = 10\ cm$ et $\alpha = 60°$.

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.cos\alpha$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = 10 \times 10 \times 10^{-2} \times \cos(60°)$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = 0{,}5\ \ J$$

Remarque :

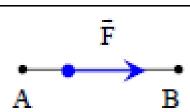
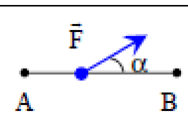
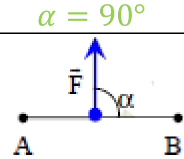
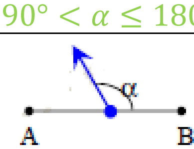
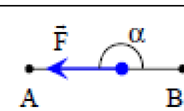
Le travail peut écrire en fonction des coordonnées du vecteur force $\vec{F}$ et vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ dans un repère cartésienne (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

$$\vec{F}\left|\begin{matrix}F_x\\F_y\end{matrix}\right. \quad \vec{F} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} \qquad \overrightarrow{AB}\left|\begin{matrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{matrix}\right. \quad \overrightarrow{AB} = (x_B - x_B)\vec{\imath} + (y_B - y_A)\vec{\imath}$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F_x.(x_B - x_A) + F_y.(y_B - y_A)$$

2- Travail moteur et travail résistant

Le travail d’une force est une grandeur algébrique.
Le travail positif est un travail moteur et un travail négatif est un travail résistant.

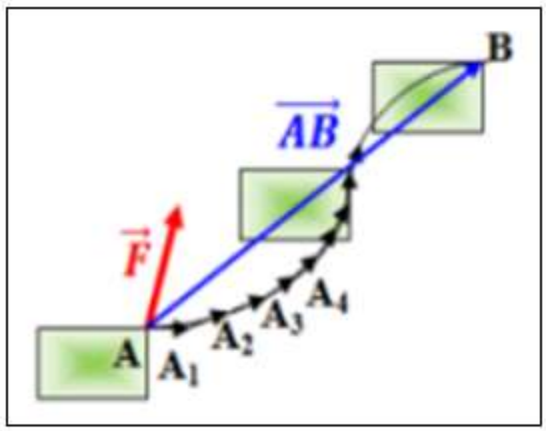
$\alpha = 0°$	$\alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha \leq 180°$	$\alpha = 180°$
				
$W_{A\to B}(\vec{F}) = +F.AB$	$W_{A\to B}(\vec{F})\ positif$	$W_{A\to B}(\vec{F}) = 0$	$W_{A\to B}(\vec{F})\ négatif$	$W_{A\to B}(\vec{F}) = -F.AB$
Travail moteur		*Travail nul*	*Travail résistant*	

III- Travail d'une force constante en translation curviligne :

1- Travail élémentaire d'une force

On divise la trajectoire en petit segment δl infiniment petit. On appelle $\delta W_i(\vec{F})$ travail élémentaire fourni par la force $\vec{F}$ au cours du déplacement élémentaire δl_i.

$$\boldsymbol{\delta W_i(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i}}$$



Le travail total de la force $\vec{F}$ est égal à la somme des travaux élémentaires :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \sum \delta W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i} = \vec{F}.\sum \overrightarrow{\delta l_i}$$

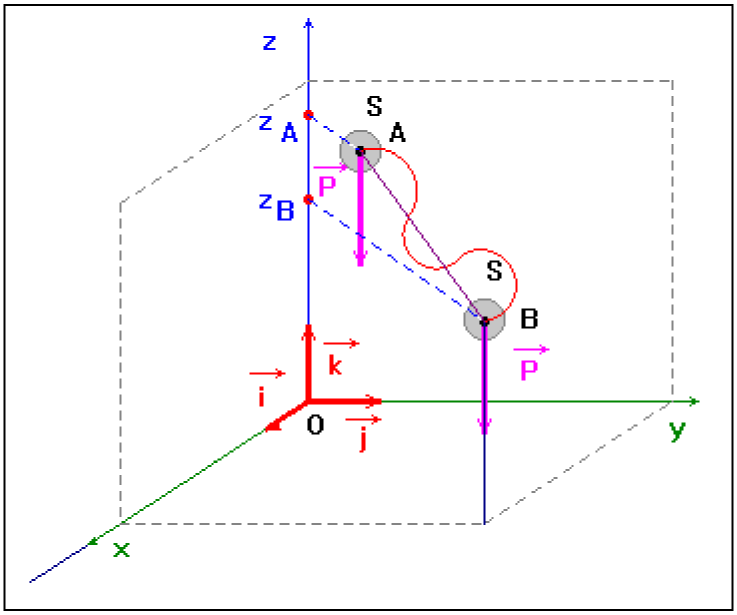
$$\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}}$$

Conclusion :

Le travail d'une force $\vec{F}$ constante est indépendant du chemin suivi entre le point A du départ et le point B d'arrivée.

2- travail du poids d'un corps solide :

Soit d'un corps de masse m son centre d'inertie G se déplace d'une point A d'altitude z_A à un point B d'altitude z_B.



Dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) les coordonnées du poids $\vec{P}$ et du vecteur déplacement sont :

$$\vec{P}\left|\begin{array}{l} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -m.g \end{array}\right. \qquad \text{soit :} \quad \vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{array}\right. \qquad \text{soit :} \quad \overrightarrow{AB} = (x_B - x_B).\vec{\imath} + (y_B - y_A).\vec{\jmath} + (z_B - z_B).\vec{k}$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = P_x.(x_B - x_A) + P_z.(z_B - z_A) = -m.g(z_B - z_A)$$

$$\boldsymbol{W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = m.g(z_A - z_B)}$$

Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de l'altitude initiale et de l'altitude finale ; on dit que le poids est une force conservatrice.

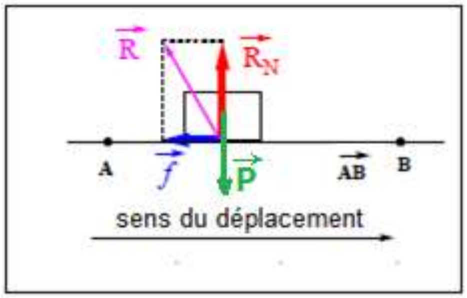
Remarque :

Si le corps descend, alors $z_A - z_B > 0 \Longrightarrow W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) > 0$; le travail du poids est moteur.

Si le corps monte, alors $z_A - z_B < 0 \Longrightarrow W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) < 0$; le travail du poids est résistant.

Si le corps reste à la même altitude ; $z_A = z_B \Longrightarrow W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = 0$ le travail du poids est nul.

3- Travail d'un ensemble de forces constantes



Soit un solide S glissent sans frottement sur un plan horizontal. Ce solide est soumis à deux forces :

- $\vec{P}$: poids du solide
- $\vec{R}$: réaction du support

$$\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$$

$\vec{R}_N$: Réaction normale du support et $\vec{f}$: force de frottement

La somme des travaux des forces appliquées au solide s'écrit :

$$\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{f}) + W_{A\to B}(\vec{R}_N) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} + \vec{f}.\overrightarrow{AB} + \vec{R}_N.\overrightarrow{AB}}$$

$$\boldsymbol{= \left(\vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_N\right).\overrightarrow{AB}}$$

$$\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{f}) + W_{A\to B}(\vec{R}_N) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}}$$

$\vec{F}$ est la résultante des forces .

Pour un solide en translation, soumis à plusieurs forces, la somme des travaux des forces appliquées est égale au travail de leur résultante.

IV- Puissance d'une force :

1- Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force est le quotient du travail de cette force par la durée Δt pour réaliser ce travail.

$$\mathcal{P}_m = \frac{W}{\Delta t} \quad \begin{cases} \mathcal{P}_m : Puissance\ exprimée\ en\ Watt\ (W) \\ W\ : travail\ exprimé\ en\ Joule\ (J) \\ \Delta t\ : durée\ (s) \end{cases}$$

2- Puissance instantanée :

Si la force $\vec{F}$ réalise un travail δW pendant une durée très petite δt donc la puissance instantanée de cette force :

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\delta t}$$

Puisque $\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{\delta l}$ donc :

$$\mathcal{P} = \frac{\vec{F}.\overrightarrow{\delta l}}{\delta t}$$

$$\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{V} = F.V.\cos\alpha$$

avec $\alpha = (\vec{F}, \vec{V})$

$\vec{V}$ est le vecteur vitesse instantanée du point d'application de la force $\vec{F}$.

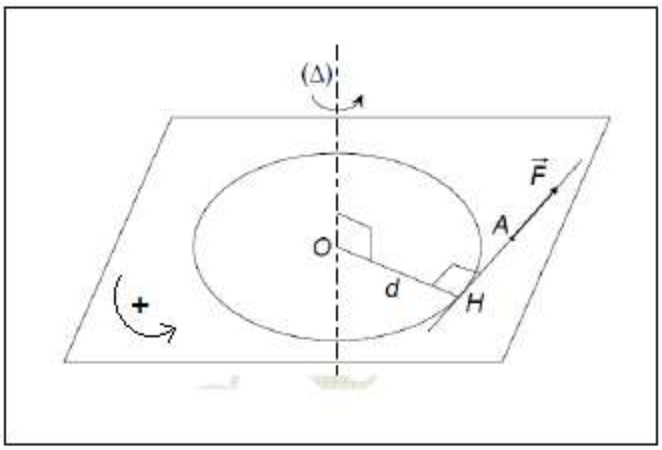
V- travail d'une force de moment constant exercé sur un solide en rotation :

1- Rappel

Le moment M_Δ d'une force $\vec{F}$ par rapport à l'axe de rotation (Δ) orthogonal à sa droite d'action est :

$$M_\Delta(\vec{F}) = \pm F.d$$

$$\begin{cases} F : intensité\ de\ la\ force\ (N) \\ d : la\ distance\ entre\ la\ droite\ d'action\ de\ la\ force\ et\ l'axe\ de\ rotation\ (m) \\ \pm\ dépend\ de\ sens\ arbitraire\ du\ mouvement \end{cases}$$



2- Travail élémentaire

Lors de la rotation d'un corps solide d'un petit angle $\delta\theta$, le point d'application de la force $\vec{F}$ parcourt un arc δl qu'on peut considérer une droite .

La force $\vec{F}$ effectué un travail élémentaire exprimé comme suit :

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F}\vec{\delta l} = F.\delta l.\cos\alpha$$

Le mouvement du point M est circulaire on a : $\delta l = R.\delta\theta$ donc :

$$\delta W(\vec{F}) = F.R.\delta\theta.\cos\alpha$$

D'après la figure on a : $d = R.\cos\alpha$ et $M_\Delta(\vec{F}) = F.d$

$$\delta W(\vec{F}) = M_\Delta(\vec{F}).\delta\theta$$

3- travail global

Lors du rotation d'un solide par une angle $\Delta\theta$, le travail effectué par la force $\vec{F}$, ayant un moment constant par rapport à l'axe (Δ) est égale la somme des travaux élémentaires .

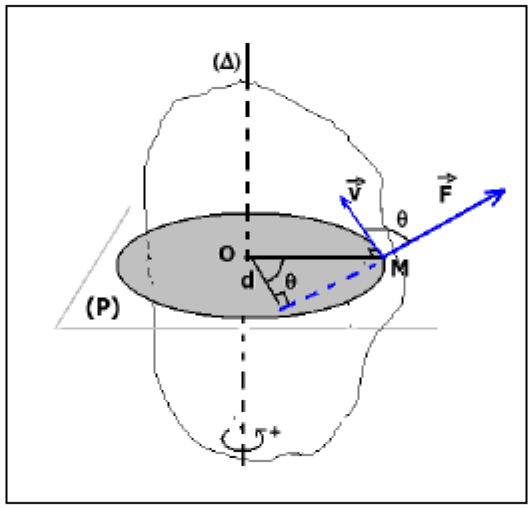
$$W(\vec{F}) = \sum \delta W(\vec{F}) = \sum M_\Delta(\vec{F}).\delta\theta = M_\Delta(\vec{F}) \sum \delta\theta$$

$$W(\vec{F}) = M_\Delta(\vec{F}).\Delta\theta$$

4- Puissance instantanée d'un moment constant appliquée à un solide en rotation

On considère un solide en rotation autour d'un axe fixe avec une vitesse angulaire ω sous l'action d'une force $\vec{F}$ orthogonal à l'axe de rotation.

Le mouvement du point M est circulaire de centre O et du rayon $OM = R$



La puissance instantanée de la force $\vec{F}$ est :

$$\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{V} = F.V.\cos\theta$$

On sait que : $V = R.\omega$ donc :

$$\mathcal{P} = F.OM.\omega.\cos\theta$$

Suivant la figure on a : $M_\Delta(\vec{F}) = F.d$ et $cos\theta = \frac{d}{R}$

Alors : $M_\Delta(\vec{F}) = F.R.\cos\alpha$

Donc la puissance instantanée s'écrit :

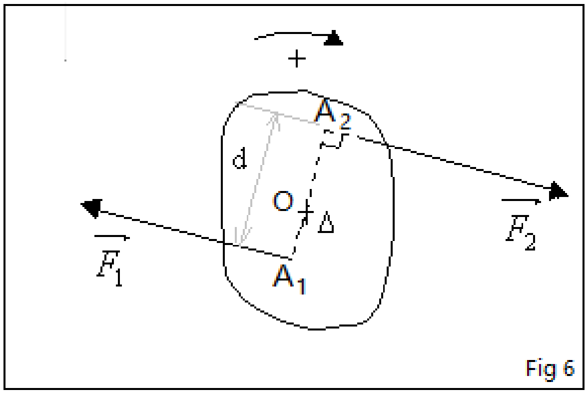
$$\mathcal{P} = M_\Delta(\vec{F}).\omega$$

ω : vitesse angulaire et $M_\Delta(\vec{F})$ moment de la force $\vec{F}$

5- Travail d'un couple de forces de moment constant

5.1- Rappel :

Deux forces localisées $(A_1, \vec{F}_1)$ et $(A_2, \vec{F}_2)$ dont les droites d'action sont parallèles, ayant des sens contraires et des intensités égales forment un couple.



5.2-Moment du couple :

$$M_C(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \pm F.d$$

Le moment d'un couple de deux forces est égal au produit de la valeur de l'intensité commune des deux forces $F_1 = F_2 = F$ par la distance d entre les droites d'actions des deux forces.

5.3-Travail d'un couple de force de moment constant

$$W = M_C.\Delta\theta$$