Mouvement de rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

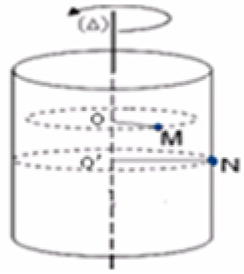
I- Rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe:

1)Définition:

Un corps solide est en rotation autour d'un axe fixe si tous ses points décrivent des cercles ou des arcs de cercles dans un plan perpendiculaire à cet axe et centrées sur l'axe.

Exemple:

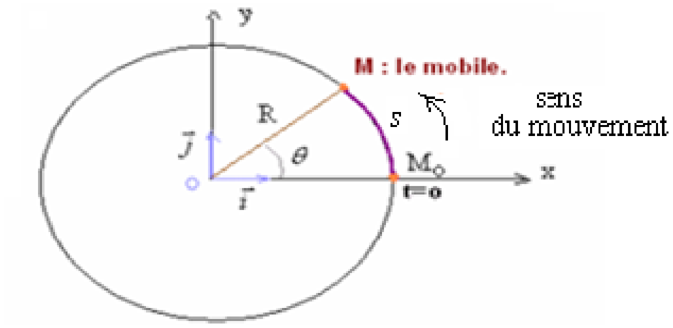
Les points M et N décrivent deux trajectoires circulaires centrées successivement aux points O et O' sur l'axe Δ et leurs trajectoires appartiennent à un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.



Durant la rotation , pendant la même durée Δt , tous les points du solide tournent du même angle θ.

2) Repérage du mouvement d'un point d'un solide en mouvement autour d'un axe fixe.

Pour repérer le mouvement d'un point M d'un corps solide en rotation , on considère un repère $(o,\vec{i},\vec{j})$ confondu avec le plan du mouvement .



Soit M_o la position du mobile à l'instant t=o.
M la position du mobile à l'instant t.

Pour repérer la position du point M on utilise:

- soit l'abscisse curviligne : $s = \widehat{MM_o}$
- Ou bien l'abscisse angulaire : $\theta = (\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM})$

Remarque: on peut utilise les coordonnées cartésienne :

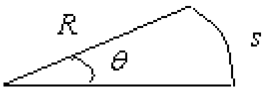
$$\begin{cases} x = R.\cos\theta \\ y = R.\sin\theta \end{cases}$$

Dans ce cas le vecteur position : $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$

3) Relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire:

A tout instant l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire sont liés par la relation suivante: $\boxed{s = R\theta}$

- R: rayon de la trajectoire circulaire en (m).
- s: l'abscisse curviligne en (m).
- θ: l'abscisse angulaire en (rad)



4) Vitesse linéaire et vitesse angulaire:

La vitesse linéaire moyenne : $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ en (m/s).

La vitesse angulaire moyenne : $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$: en (rad/s).

5) Relation entre La vitesse linéaire et la vitesse angulaire:

On a: $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{\Delta(R\theta)}{\Delta t} = R\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = R.\omega \quad \Rightarrow \quad v = R.\omega$

Remarque: La vitesse linéaire instantanée à un instant donnée t_i est la vitesse linéaire moyenne calculée entre les instants t_{i-1} et t_{i+1} : $v_i = \dfrac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ exemple: $v_2 = \dfrac{M_1M_3}{t_3 - t_1}$

La vitesse angulaire instantanée à un instant donnée t_i est la vitesse angulaire moyenne calculée entre les instants t_{i-1} et t_{i+1} : $\omega_i = \dfrac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ exemple $\omega_4 = \dfrac{\theta_5 - \theta_3}{t_5 - t_3}$

6) Activité expérimentale:

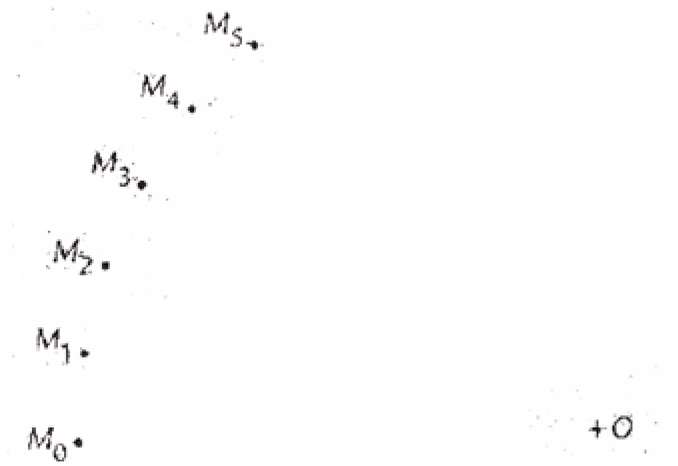
.Δ On considère un disque homogène de rayon R capable de tourner autour d'un axe fixe
En enregistrant le mouvement d'un point M appartenant à la circonférence du disque pendant des temps successifs et égaux $\tau = 20ms$ on obtient l'enregistrement suivant (figure 1)

1) en utilisant les relations :

$$v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau} \quad , \quad \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau}$$

a) calculer : v_1 , v_2 et v_3.

b) calculer ω_1, ω_2 et ω_3



II- Mouvement circulaire uniforme:

1) Définition:

Un corps solide est dit en mouvement circulaire uniforme si sa vitesse angulaire est constante au cours du temps et son mouvement devient périodique.

La période T d'un mouvement de rotation uniforme est la durée d'un tour.

1ère Remarque: on a $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ Pour 1 tour $\Delta\theta = 2.\pi$ et $\Delta t = T$ $\Rightarrow$ $\omega = \dfrac{2.\pi}{T} = 2.\pi.f$

2ème Remarque:

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme tous les points du solide ont même vitesse angulaire mais la vitesse linéaire qui est donnée par la $v_i = R_i.\omega$ augmente au fur et à mesure que le point s'éloigne de l'axe relation rotation.

2) Equation horaire du mouvement circulaire uniforme:

L'équation horaire de l'abscisse curviligne d' mouvement circulaire uniforme est: $s(t) = v.t + s_o$

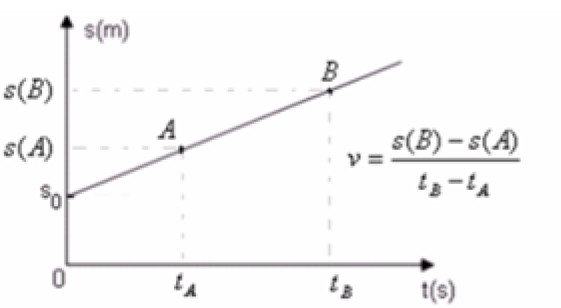
L'équation horaire de l'abscisse angulaire d' mouvement circulaire uniforme est: $\theta(t) = \omega.t + \theta_o$

s_o : l'abscisse curviligne à t=0

θ_o : L'abscisse angulaire à t=0

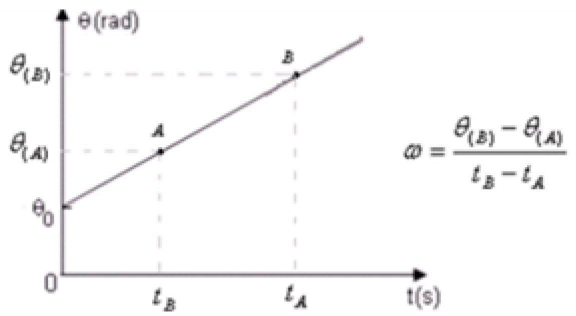
s=f(t) est une équation affine son coefficient directeur est égal à v .

on peut déterminer la vitesse linéaire graphiquement de la méthode suivante:



θ =f(t) est une équation affine son coefficient directeur est égal à ω .

on peut déterminer la vitesse linéaire graphiquement de la méthode suivante:



SBIRO Abdelkrim