

10

Statistiques



1) Généralités sur une série statistique

Activité 1 :

Ce tableau statistique organise les notes d'un contrôle de Maths, obtenues par les élèves d'une classe de TCSF :

Notes	2	5	7	10	13	15	18	19
Nombres d'élèves	5	3	8	7	6	5	9	5

- Déterminer le caractère étudié x et l'effectif n .
- Déterminer les caractères x_2 , x_4 et x_7 .
- Déterminer les effectifs n_2 , n_4 et n_7 .
- Dresser le tableau de effectifs cumulés N_k puis déduire N_2 , N_4 et N_7 .
- Déterminer l'effectif total N .
- Calculer la fréquence f_2 du caractère x_2 .
- Dresser le tableau des fréquences f_k .
- Calculer les pourcentages p_2 , p_4 et p_7 des caractères x_2 , x_4 et x_7 respectivement.



Définitions 1 :

- Population statistique** : l'ensemble des individus objet d'une étude statistique.
- Individu statistique** : un élément de la population statistique
- Caractère x** : une propriété commune aux individus d'une population statistique.
- Le caractère peut être **quantitatif** (âge...) ou **qualitatif** (couleur...).
- Classe I** : quand les valeurs d'un caractère quantitatif sont nombreuses et voisines on les regroupe dans des intervalles semi-ouverts appelées classes.
- Effectif n** : le nombre d'individus ayant la valeur du caractère x (ou du classe I)
- Série statistique** : L'ensemble de couples des caractères (ou des classes) et d'effectifs $(x_k; n_k)$ (ou $(I_k; n_k)$)
- Une série statistique $(x_k; n_k)$ est représentée dans un **tableau statistique**.

Définitions 2 :

Soit $(x_k; n_k)$ une série statistique (tel que $1 \leq k \leq p$)

Caractère	x_1	x_2	x_k	x_{p-1}	x_p
Effectif n_k	n_1	n_2	n_k	n_{p-1}	n_p
Effectif cumulé N_k	N_1	N_2	N_k	N_{p-1}	$N_p = N$

- Effectif total N** : la somme de tous les effectifs de la série statistique : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p = N_p$
- Effectif cumulé N_k** : d'une valeur du caractère x_k est la somme des effectifs des valeurs inférieures ou égales à x_k : $N_k = n_1 + n_2 + \dots + n_k$
- Fréquence f_k** d'une valeur du caractère x_k est $f_k = \frac{n_k}{N}$ où n_k est l'effectif de x_k .
- Fréquence cumulé F_k** d'une valeur du caractère x_k est $F_k = \frac{N_k}{N}$ où N_k est l'effectif cumulé de x_k .
- Pourcentage p_k** d'une valeur du caractère x_k est $p_k = \frac{n_k}{N} \times 100\%$.

Remarques 1 :

- Dans le cas de caractère quantitatif les x_k sont classées en ordre croissant $x_1 < x_2 < \dots < x_{p-1} < x_p$ dans le tableau statistique.
- Les définitions 2 restent valables dans le cas d'une série statistique définie par des classes.

Exercices :

Exercices 1, 2 et 3 de la série 10.

2) Représentation graphique d'une série statistique

Introduction :

Pour mieux visualiser et interpréter une série statistique on représente graphiquement les données de son tableau statistique par des diagrammes (en bâtons, circulaire...) ou par un histogramme.

2-1 Diagramme en bâtons

Un **diagramme en bâtons** (ou **à bâtons**), également appelé **diagramme en barres** (ou **à barres**), est un graphique qui présente des variable qualitative avec des barres rectangulaires avec des hauteurs ou des longueurs proportionnelles aux valeurs qu'elles représentent. Les barres peuvent être tracées verticalement ou horizontalement.

Un diagramme en bâtons montre des comparaisons entre des catégories quantitative. Un axe du diagramme montre les catégories spécifiques comparées et l'autre axe représente une valeur mesurée. Certains diagrammes en bâtons présentent des barres regroupées, indiquant les valeurs de plusieurs variables mesurées.

Exemple 1 :

Ce tableau statistique organise les notes d'un contrôle de langue arabe, obtenues par les élèves d'une classe.

Caractère x_k	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Effectif n_k	3	2	4	3	3	4	5	4	2	6	4
Effectif cumulé N_k											



Exemple 2 :

Ce tableau statistique organise les notes d'un contrôle de langue français, obtenues par les élèves d'une classe.

Caractère x_k	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Effectif n_k	4	9	10	16	12	14	8	6	7	5	3	2
Effectif cumulé N_k												



2-2 Histogramme

L'**histogramme** permet de décrire les effectifs observés. Il est utilisé pour présenter des données quantitatives discrètes et quantitatives continues groupées en classes. Les caractéristiques de l'histogramme sont les suivantes :

- Les bandes sont collées les unes contre les autres.
- Sur l'axe vertical, on indique la fréquence (ou l'effectif) de chaque valeur.
- Sur l'axe horizontal, on indique les classes.

Exemple 3 :

Ce tableau statistique organise le nombre de battement de cœur en une minute de 60 personnes.

Classe I_k	[45;55[[55;65[[65;75[[75;85[[85;95[
Effectif n_k	16	10	13	11	10
Effectif cumulé N_k					



2-3 Diagramme circulaire

Le diagramme circulaire permet d'illustrer un tout partagé en parties. On l'utilise pour représenter des données qualitatives. Les caractéristiques du diagramme circulaire sont les suivantes.

- Chaque secteur du cercle est en lien avec une modalité généralement présentée avec un pourcentage.
- L'angle au centre d'un secteur circulaire représente la proportion d'une catégorie par rapport au tout 360° .
- Il doit y avoir un titre et une légende qui associe le contenu des secteurs à une modalité.

Remarque 2 :

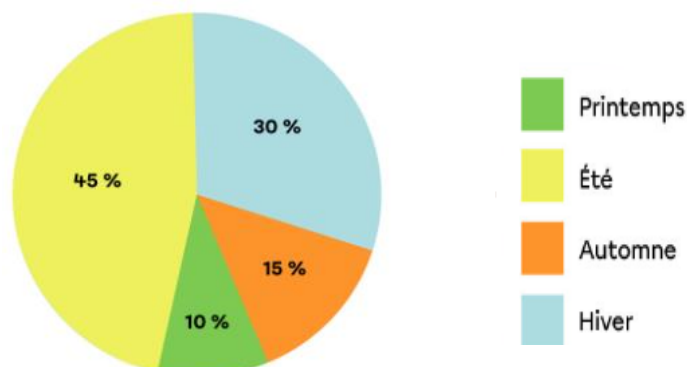
Dans le diagramme circulaire chaque valeur du caractère x_k est représentée par un secteur angulaire de mesure d'angle α_k proportionnelle à l'effectif n_k par la relation $\frac{\alpha_k}{360} = \frac{n_k}{N}$ (ou à la fréquence f_k par la relation

$$\frac{\alpha_k}{360} = f_k \text{ ou au pourcentage } p_k \text{ par la relation } \frac{\alpha_k}{360} = \frac{p_k}{100})$$

Exemple 4 :

On a interrogé 160 élèves d'une école secondaire au sujet de leur saison préférée. Voici le tableau de distribution des résultats obtenus.

Caractère x_k	Hiver	Automne	Printemps	Été
Effectif n_k	48	24	16	72
Fréquence f_k				
Angle au centre α_k				



Exercices : Exercices 4 et 5 de la série 10.

3) Paramètres de position d'une série statistique

Introduction :

Les paramètres de position indiquent la valeur "typique" autour de laquelle les observations sont réparties. Les paramètres de position les plus importants sont le mode, la médiane et la moyenne arithmétique.

Activité 2 :

On considère la série statistique de l'exemple 1 :

Notes	2	5	7	10	13	15	18	19
Nombres d'élèves	5	3	8	7	6	5	9	5
Effectif cumulé N_k								

- 1) Déterminer le mode M de cette série statistique.
- 2) Déterminer la médiane Me de cette série statistique.
- 3) Calculer la moyenne arithmétique \bar{x} de cette série statistique.

Définitions 3 :

Soit $(x_k; n_k)$ une série statistique

- Le **mode** M de la série statistique $(x_k; n_k)$ est la valeur du caractère ayant le plus grand effectif
- La **médiane** Me de la série statistique $(x_k; n_k)$ est la première valeur du caractère dont l'effectif cumulé est supérieur ou égal à $\frac{N}{2}$
- La **moyenne arithmétique** \bar{x} d'une série statistique $(x_k; n_k)$ est le nombre : $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$

Remarques 3 :

Dans le cas d'une série statistique $(I_k; n_k)$ définie par classes :

- Le mode M est appelé **classe modale**, c'est la classe ayant le plus grand effectif.
- La médiane Me est appelé la **classe médiane**, c'est la première classe dont l'effectif cumulé est supérieur ou égal à $\frac{N}{2}$
- Pour calculer la moyenne arithmétique \bar{x} , on remplace les x_k par les centres des classes I_k .

Exemple 5 : On considère la série statistique de l'exemple 3 :

Classe I_k	$[45;55[$	$[55;65[$	$[65;75[$	$[75;85[$	$[85;95[$
Effectif n_k	16	10	13	11	10
Effectif cumulé N_k	16	26	39	50	60

- 1) Déterminer le mode M de cette série statistique.
- 2) Déterminer la médiane Me de cette série statistique.
- 3) Calculer la moyenne arithmétique \bar{x} de cette série statistique.

Remarques 4 :

- La médiane Me d'une série statistique est la valeur telle que 50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Me et 50 % des valeurs de la série sont supérieures ou égales à Me .
- Le mode (la classe modale) est aussi la valeur du caractère (la valeur de la classe) ayant la plus grande fréquence.
- Il peut y avoir plusieurs modes et plusieurs classes modales.

Exercices : Exercices 6 et 7 de la série 10.

4) Paramètres de dispersion d'une série statistique

Introduction :

Les paramètres de dispersion mesurent combien les observations s'éloignent de la moyenne arithmétique. Les plus importants sont l'écart-moyen, la variance et l'écart-type.



Définitions 4 : Soit $(x_k; n_k)$ une série statistique de moyenne arithmétique \bar{x} .

- L'écart-moyen de cette série statistique est le nombre réel, noté e_m , défini par : $e_m = \frac{n_1|x_1-\bar{x}|+n_2|x_2-\bar{x}|+\dots+n_p|x_p-\bar{x}|}{N}$
- La variance de cette série statistique est le nombre réel, noté V , défini par : $V = \frac{n_1(x_1-\bar{x})^2+n_2(x_2-\bar{x})^2+\dots+n_p(x_p-\bar{x})^2}{N}$
- L'écart-type d'une série statistique de variance V est le nombre réel noté σ défini par : $\sigma = \sqrt{V}$

Remarques 5 :

- Pour simplifier les calculs de l'écart-moyen et la variance on ajoute au tableau statistique des lignes pour déterminer les valeurs de $|x_k - \bar{x}|$, $n_k \times |x_k - \bar{x}|$, $(x_k - \bar{x})^2$ et $n_k(x_k - \bar{x})^2$

Caractère x_k	x_1	x_2	x_k	x_{p-1}	x_p
Effectif n_k	n_1	n_2	n_k	n_{p-1}	n_p
$ x_k - \bar{x} $							
$n_k \times x_k - \bar{x} $							
$(x_k - \bar{x})^2$							
$n_k(x_k - \bar{x})^2$							

- Pour calculer l'écart-moyen e_m , la variance V et l'écart-type σ dans le cas d'une série statistique définie par classes, on remplace les x_k par les centres des classes I_k .

Exemple 6 : On considère la série statistique de l'exemple 1 : (Rappel $\bar{x} = 11,69$)

Caractère x_k	2	5	7	10	13	15	18	19
Effectif n_k	5	3	8	7	6	5	9	5
$ x_k - \bar{x} $								
$n_k \times x_k - \bar{x} $								
$(x_k - \bar{x})^2$								
$n_k(x_k - \bar{x})^2$								

- 1) Calculer l'écart-moyen e_m de cette série statistique.
- 2) Calculer la variance V de cette série statistique.
- 3) Calculer l'écart-type σ cette série statistique.

Exemple 7 :

Calculer l'écart moyen, la variance et l'écart type de la série statistique de l'exemple 5.

Remarques 6 :

- La variance d'une série statistique ne change pas si on utilise la formule $V = \frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_px_p^2}{N} - \bar{x}^2$
- L'écart moyen, la variance et l'écart type sont appelés paramètres de dispersion, ils sont toujours positifs.
- Si l'écart moyen est grand, les données sont éloignées de la moyenne arithmétique. Inversement, plus l'écart moyen est petit, plus les données sont concentrées autour de la moyenne arithmétique.
- Si une variance est nulle, cela veut dire que toutes les observations sont égales à la moyenne arithmétique, ce qui implique qu'il n'y a aucune variation de celles-ci. Par contre, plus une variance est élevée plus la dispersion des observations est importante.
- L'écart type sert à déterminer la dispersion des données d'un échantillon par rapport à la moyenne arithmétique. Un écart type grand indique que les données sont dispersées autour de la moyenne arithmétique. Cela signifie qu'il y a beaucoup de variances dans les données observées. À l'inverse, plus les valeurs sont regroupées autour de la moyenne arithmétique, plus l'écart type est faible. Si l'écart type est proche de zéro, les données sont alors très peu dispersées par rapport à la moyenne arithmétique.
- La majorité des valeurs d'une série statistique se trouvent dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$

Exercice : Exercice 8 de la série 10.



Résumé 10 : Statistiques

Vocabulaires et paramètres d'une série statistique :

Généralités	Population statistique	L'ensemble des individus objet d'une étude statistique.
	Individu statistique	Un élément de la population statistique.
	Caractère x	Une propriété commune aux individus d'une population statistique. Le caractère peut être quantitatif (âge...) ou qualitatif (couleur...).
	Classe I	Quand les valeurs d'un caractère quantitatif sont nombreuses et voisines on les regroupe dans des intervalles semi-ouverts appelées classes.
	Effectif n	Le nombre d'individus ayant la valeur du caractère (ou du classe)
	Série statistique	L'ensemble de couples des caractères (ou des classes) et d'effectifs. On la note par $(x_k; n_k)$ (ou $(I_k; n_k)$) Elle est souvent présentée dans un tableau statistique avec les caractères x_k classés en ordre croissant.
	Effectif total N	La somme de tous les effectifs $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p = N_p$
	Effectif cumulé N_k	Est la somme des effectifs des valeurs inférieures ou égales à x_k $N_k = n_1 + n_2 + \dots + n_k$
	Fréquence f_k	$f_k = \frac{n_k}{N}$
	Fréquence cumulé F_k	$F_k = \frac{N_k}{N}$
Pourcentage p_k	$p_k = \frac{n_k}{N} \times 100 \%$	
Paramètres de position	Le mode M (ou la classe modale)	Est le caractère (ou la classe) ayant le plus grand effectif.
	La médiane Me (ou la classe médiane)	Est la première caractère (ou classe) dont l'effectif cumulé est supérieur ou égal à $\frac{N}{2}$
	La moyenne arithmétique \bar{x}	$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$
Paramètres de dispersion	L'écart-moyen e_m	$e_m = \frac{n_1 x_1 - \bar{x} + n_2 x_2 - \bar{x} + \dots + n_p x_p - \bar{x} }{N}$
	La variance V	$V = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p (x_p - \bar{x})^2}{N}$
	L'écart-type σ	$\sigma = \sqrt{V}$

- Pour simplifier les calculs de l'écart-moyen et la variance on ajoute au tableau statistique des lignes pour déterminer les valeurs de $|x_k - \bar{x}|$, $n_k \times |x_k - \bar{x}|$, $(x_k - \bar{x})^2$ et $n_k(x_k - \bar{x})^2$
- Pour calculer la moyenne arithmétique \bar{x} , l'écart-moyen e_m , la variance V et l'écart-type σ dans le cas d'une série statistique définie par classes, on remplace les x_k par les centres des classes I_k .

Représentation graphique d'une série statistique :

- Pour mieux visualiser et interpréter une série statistique on représente graphiquement les données de son tableau statistique par des diagrammes (en bâtons, circulaire...) ou par un histogramme.
- Dans le diagramme circulaire chaque valeur du caractère x_k est représentée par un secteur

angulaire de mesure d'angle α_k proportionnelle à l'effectif n_k par la relation $\frac{\alpha_k}{360} = \frac{n_k}{N}$
(ou à la fréquence f_k par la relation $\frac{\alpha_k}{360} = f_k$ ou au pourcentage p_k par la relation $\frac{\alpha_k}{360} = \frac{p_k}{100}$)



Généralités

Exercice 1

Les notes des élèves d'une classe en un devoir surveillé sont : 6-8-10-10-12-14-10-15-12-12-20-8-6-18-20-14- 6-8-10-10-12-14-10-15-12-12-20-8-6-18-20-14.

- 1) Représenter ces notes dans un tableau statistique.
- 2) Compléter ce tableau par la ligne des effectifs cumulés.
- 3) Dresser le tableau des fréquences et fréquences cumulées.

Exercice 2

Les groupes sanguins des personnes qui sont présentés un jour au centre de don de sang sont : A ; A ; AB ; AB ; A ; B ; B ; B ; B ; A ; A ; A ; AB ; AB ; B ; B ; B ; AB ; O ; O.

- 1) Représenter ces informations dans un tableau statistique.
- 2) Compléter ce tableau par les effectifs cumulés.
- 3) Calculer les fréquences et pourcentages des groupes A et O.

Exercice 3

Le nombre d'enfants chez les familles d'un bâtiment : 2-1-0-0-1-2-2-1-0-3-2-1-0-0-1-2-2-1-0-3-2-1- 0-0-1-2-2-1-0-3.

- 1) Organiser ces données dans un tableau statistique.
- 2) Quel est le caractère de cette série statistique ? Quel est son type ?
- 3) Quel est l'effectif total de cette série statistique ?
- 4) Donner l'effectif de 2 et calculer sa fréquence.
- 5) Calculer le pourcentage des familles qui ont 2 enfants.
- 6) Compléter le tableau précédent par les effectifs cumulés.

Représentation graphique

Exercice 4

Ce tableau indique la répartition des élèves selon leurs disciplines préférées

Math	SVT	EPS	Arabe	Français	Anglais
10	7	12	6	5	8

- 1) Représenter cette série statistique par un diagramme en barres.
- 2) Représenter cette série statistique par un diagramme circulaire.

Exercice 5

Considérons le tableau statistique suivant :

Classe	[0;5[[5;10[[10;15[[15;20[
Effectif	7	15	13	8

- 1) Représenter graphiquement par un histogramme la série statistique.
- 2) Dessiner l'histogramme des effectifs cumulés.

Paramètres de position

Exercice 6

Considérons la série statistique suivante :

Valeurs	8	10	12	13	16	20
Effectif	2	4	3	3	5	3

- 1) Déterminer le mode de cette série statistique.
- 2) Calculer la moyenne.
- 3) Déterminer la médiane

Exercice 7

Considérons le tableau statistique suivant :

Classe	[3;4[[4;5[[5;6[[6;7[[7;8[[8;9[
Effectif	40	20	12	10	6	4

- 1) Déterminer la classe modale.
- 2) Déterminer la classe médiane.
- 3) Calculer la moyenne arithmétique

Paramètres de dispersion

Exercice 8

Considérons le tableau statistique suivant :

Valeurs	1	2	3	4	5
Effectif	10	5	8	12	5

- 1) Calculer la moyenne arithmétique.
- 2) Calculer l'écart-moyen.
- 3) Calculer la variance et l'écart-type.

Exercice 4 de DL3

Exercice 9

Les notes obtenues par les élèves d'une classe de TCSF en Arabe et en français sont :

Arabe	7	12	16	7	16	8	14	12	7	16
Français	15	6	11	15	6	10	11	6	11	15

- 1) Organiser pour chaque langue un tableau de caractère, effectif, effectif cumulé, fréquence et fréquence cumulé.
- 2) Représenter l'effectif de langue Arabe par un diagramme en barres.
- 3) Déterminer la médiane de chaque série statistique.
- 4) Calculer la moyenne arithmétique de chaque série statistique.
- 5) Calculer l'écart-moyen, la variance et l'écart-type de chaque série statistique.
- 6) Qu'il sont est les points les plus dispersées autour de la moyenne arithmétique ?

Correction : <https://drive.google.com/file/d/14zs-TduQAbEjnXP-02e3R TVoheEuvvZ/view?usp=sharing>

Exercice 1 (polynômes)

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + mx^2 - 3x - 2$

- | | |
|---|--|
| 1) Déterminer la valeur de m pour que 1 soit une racine de $P(x)$ | c) Factoriser le polynôme $Q(x)$ |
| 2) Dans la suite on suppose que $m = 3$ | d) Donner une factorisation de $P(x)$ en produit de trois binômes. |
| a) En déduire qu'il existe un polynôme $Q(x)$ (à déterminer) tel que $P(x) = (x-1)Q(x)$ | e) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$ |
| b) Vérifier que -2 est une racine de $Q(x)$ | f) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) \geq 0$ |

Exercice 2 (Equations, inéquations et systèmes)

- | | |
|---|---|
| 1) a) Résoudre dans \mathbb{R} les équations $-x^2 + 3x + 2 = 0$ et $x^2(x+3) = 0$ | 4) Factoriser le polynôme $x^2 - 5x + 4$ et déduire une factorisation du polynôme $x^4 - 5x^2 + 4$. |
| b) Déduire les solutions de l'équations $-x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ | 5) Sans calculer le discriminant Δ résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : $x^2 - (3+4)x + 3 \times 4 = 0$, $x^2 - 8x + 15 = 0$, $x^2 - 8x + 7 = 0$, $x^2 - 10x + 24 = 0$ et $x^2 + 3x - 10 = 0$ |
| c) En utilisant le tableau de signe résoudre dans \mathbb{R} l'inéquations $\frac{-x^2 + 3x + 2}{x^2(x+3)} \geq 0$ | 6) On considère dans \mathbb{R} l'équation $(E): 2x^2 - x - 3 = 0$ |
| 2) a) En utilisant la méthode des déterminants résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant : $(S_1): \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$ | a) Montrer que l'équation (E) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 (sans les calculer). |
| b) En déduire les solutions des systèmes : $(S_2): \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 6 \\ 2x^2 - 3y^2 = -4 \end{cases}$ et $(S_3): \begin{cases} 4 x-1 + y-2 = 6 \\ 2 x-1 - 3 y-2 = -4 \end{cases}$ | b) Calculer $x_1 + x_2$, $x_1 \times x_2$, $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$, $x_1^2 + x_2^2$ et $x_1^3 + x_2^3$. |
| 3) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R}^2 l'inéquation $3x - 2y - 6 \leq 0$ | c) Sachant que -1 est une solution de l'équation (E) , déterminer l'autre solution. |

Exercice 3 (Trigonométrie 1)

- 1) a) Déterminer l'abscisse curviligne principale de chacun des points suivants : $A\left(\frac{267\pi}{6}\right)$, $B\left(\frac{-238\pi}{3}\right)$ et $C\left(\frac{25\pi}{4}\right)$
- b) Placer les points A , B et C dans le même cercle trigonométrique.
- c) Soit O le centre du cercle trigonométrique.
- Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$ et déduire $\cos(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$
- e) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OA})$
- f) En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OB})$
- 2) Déterminer les valeurs des nombres suivants : $\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)$, $\cos\left(\frac{-10\pi}{3}\right)$ et $\tan\left(\frac{21\pi}{4}\right)$
- 3) Soit x un réel on pose $A(x) = \sin(-x) \times \sin(5\pi + x) - \sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) \cos(x - 11\pi)$
- a) Montrer que pour tout réel x on a $A(x) = 1 - 2\cos^2(x)$
- b) Sachant que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$ calculer $A\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $A\left(\frac{7\pi}{8}\right)$
- 4) Soit α un réel tel que $\alpha \in \left]-\pi; \frac{\pi}{2}\right[$ et $\tan(\alpha) = -\sqrt{7}$. Calculer $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$
- 5) Soit y un réel tel que $\tan(y) \neq 0$ et $\sin(y) \neq 0$. Montrer que $\frac{1}{\sin^2(y)} = 1 + \frac{1}{\tan^2(y)}$



Exercice 4 (Statistiques)

Exercice 9 de la série 10 page 84.